UNIVERSIDAD
DE ATACAMA

FACULTAD TECNOLOGICA

DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIAS DE LA ENERGIA

ESTUDIO DE LA RESISTENCIA DE MALLAS A TIERRA EN MINAS SUBTERRANES USANDO MODELOS DE REGRESION LINEAL

Profesor Guía: Juan Astorga Gómez

Ricardo Nicolás Pizarro Ramos

Copiapó, Chile 2025

UNIVERSIDAD DE ATACAMA

FACULTAD TECNOLOGICA

DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIAS DE LA ENERGIA

ESTUDIO DE LA RESISTENCIA DE MALLAS A TIERRA EN MINAS SUBTERRANES USANDO MODELOS DE REGRESION LINEAL

Proyecto de titulación presentado en conformidad a los requisitos para obtener el título de Ingeniero de Ejecución en Electricidad

Profesor Guía: Juan Astorga Gómez

Ricardo Nicolás Pizarro Ramos

Copiapó, Chile 2025

AGRADECIMIENTOS

En la vida se presentarán muchas oportunidades, de las cuales la mayoría no podemos darnos cuenta con facilidad de lo significativamente bien que nos pueden hacer porque no vemos resultados a corto o mediano plazo, pero es aquí donde nuestra familia juega una gran responsabilidad en encaminarnos a seguir un sendero próspero y lleno de paz, para darnos cuenta de que en la infinidad de oportunidades siempre debemos estar dispuesto a dar lo mejor de nosotros. Quiero agradecer a mi familia en general porque cada uno ha sido un pilar fundamental del hombre que hoy en día con veinticinco años me estoy convirtiendo, por siempre recibir una buena charla y compartir conmigo sus propias vivencias para no caer en los mismos errores, infinitas gracias por cada día creer en mí y confiar en las capacidades que puedo entregar y darme cuenta de que no tenemos límites, gracias por cada día construir una persona integra de principios sólidos y rectitud moral. Gracias a mi madre por demostrarme que en la vida te puedes sacrificar con todo el corazón durante muchos años sin recibir nada a cambio y solo amor, como aquel cuidado que albergo durante 12 años hacia mi abuela.

El presente proyecto de título refleja fielmente que el trabajo constante y persistencia pueden conseguir todo aquello que un día podemos ver muy alejado o en muchos casos inalcanzable. Todo comienza desde aquel niño soñador con metas pequeñas que poco a poco iba descubriendo que con esfuerzo y dedicación hasta lo imposible se convierte en una hermosa sonrisa y con el pasar de los años se vuelve un hermoso recuerdo, de la misma forma vas descubriendo que puedes auto imponerte nuevos desafíos y no declinarlos jamás.

Gracias abuelita por su infinito amor…

Ricardo Nicolás Pizarro Ramos

ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN.....i
ABSTRACT.....ii
CAPÍTULO I.....1
MARCO INTRODUCTORIO.....1
1.1. Antecedentes Generales.....1
1.2. Objetivos del Proyecto.....2
1.2.1. Objetivo General.....2
1.2.2. Objetivos Específicos.....2
1.3 Planteamiento del Problema.....3
1.4. Alcance del Proyecto.....3
1.5. Metodología.....3
CAPÍTULO II.....5
ANÁLISIS NORMATIVO Y EXPERIMENTAL DE LA MEDICIÓN DE LA RESISTENCIA DE PUESTA A TIERRA.....5
2.1 Descripción de la normativa.....5
2.2 Estudios Gubernamentales.....6
2.3 La Importancia Del Servicio Nacional De Geología Y Minería (Sernageomin).....7
2.4 Método Caída de Potencial.....8
2.5 Instrumento de Medición, MEGABRAS 20KWR.....10
2.5.1 Batería Interna del Instrumento.....10
2.5.2 Cables del Instrumento.....11
2.5.3 Jabalinas.....12
2.6. Instrumento, Termohigrómetro, modelo CA846.....12
2.7 Antecedentes de la Electricidad en Minas Subterránea.....13

CAPITULO III 16
MODELOS DE REGRESION LINEAL 16
3.1 Modelo de Regresión Lineal Simple 16
3.2 Modelo de Regresión Lineal Múltiple 17
3.3 Indicadores de Ajuste de Calidad del Modelo 18
3.3.1 Coeficiente de determinación R^2 18
3.3.2 Criterio de información de Akaike (AIC) 18
3.3.3 Criterio de información de Bayesiano (BIC) 19
CAPITULO IV 20
MODELADO DE LA RESISTENCIA DE LAS MALLAS A TIERRA 20
4.1 Modelo 1: Análisis del modelo de regresión lineal múltiple 20
4.1.1 Análisis de correlación 22
4.1.2 Análisis de Varianza (ANOVA) para el Modelo 1 23
4.1.3 Pruebas de normalidad y media cero para residuos modelo 1 24
4.1.4 Métricas de Calidad de Ajuste del Modelo 1 25
4.2 Modelo 2: Análisis del modelo de regresión lineal simple 26
4.2.1 Análisis de Varianza (ANOVA) para el Modelo 2 26
4.2.2 Pruebas de normalidad y media cero para residuos modelo 2 28
4.2.3 Métricas de Calidad de Ajuste del Modelo 2 29
4.3 Selección del mejor Modelo 29
4.4 Predicciones con el Modelo Seleccionado 30
CAPÍTULO V 32
CONCLUSIONES 32
TERMINOLOGIA 33
BIBLIOGRAFÍA 34

RESUMEN

En el norte de Chile se concentró una elevada cantidad de faenas mineras, tanto a rajo abierto como subterráneas, cuya operación dependió de manera crítica de un suministro eléctrico seguro y continuo. La correcta distribución de la energía eléctrica al interior de estas instalaciones, junto con la mitigación de los efectos asociados a fallas eléctricas, hizo indispensable la aplicación de estándares de seguridad eléctrica y la implementación de planes de mantenimiento adecuados. El presente proyecto tuvo como objetivo analizar los factores que afectaron el correcto funcionamiento de los sistemas de puesta a tierra en minería subterránea, evaluando específicamente la influencia de variables ambientales como la humedad relativa (%) y la temperatura ambiente (°C) sobre la resistividad del sistema. Para ello, se desarrollaron modelos de regresión simple y múltiple que permitieron cuantificar de forma objetiva la relación entre dichas variables y el comportamiento eléctrico del sistema de puesta a tierra. La investigación se desarrolló a partir de mediciones en terreno realizadas con un telurómetro Megabras 20 KWR, un termohigrómetro y el posterior análisis estadístico de los datos mediante el software libre R. Si bien fue ampliamente reconocido que la temperatura y la humedad influyeron en la variación de la resistividad del suelo y de los sistemas de puesta a tierra, no siempre se dispuso de información cuantitativa que permitiera determinar con precisión el grado de incidencia de estas variables. La aplicación de modelos de regresión permitió expresar de manera clara la resistividad del sistema de puesta a tierra en función de las condiciones ambientales, facilitando la identificación de rangos de operación aceptables conforme a los criterios establecidos por la Superintendencia de Electricidad y Combustibles (SEC). El proyecto adquirió especial relevancia en el contexto de la minería subterránea, ya que entregó estimaciones más precisas basadas en una base de datos representativa del comportamiento de distintos sistemas de puesta a tierra ubicados en diversas áreas de la mina. De acuerdo con la normativa vigente, la resistencia del sistema no debió superar los 20 ohm y estos sistemas debieron someterse, al menos, a un mantenimiento anual conforme a lo establecido por SERNAGEOMIN.

ABSTRACT

In northern Chile, a high concentration of mining operations, both open-pit and underground, relied critically on a safe and continuous electrical power supply. The proper distribution of electrical energy within these facilities, together with the mitigation of potential electrical fault effects, made the application of electrical safety standards and the implementation of maintenance plans essential to ensure safe and reliable operation. This project aimed to analyze the factors that affected the proper performance of grounding systems in underground mining operations, specifically evaluating the influence of environmental variables such as relative humidity (%) and ambient temperature (°C) on system resistivity. To this end, simple and multiple regression models were developed to objectively quantify the relationship between these variables and the electrical behavior of the grounding system. The research was conducted using field measurements obtained with a Megabras 20 KWR earth resistance tester, a thermohygrometer, and subsequent statistical analysis of the collected data using the open-source software R. Although it was widely recognized that temperature and humidity influenced the variation of soil and grounding system resistivity, the precise degree of influence of these variables was not always clearly quantified. The application of regression models allowed the grounding system resistivity to be clearly expressed as a function of environmental conditions, facilitating the identification of acceptable operating ranges in accordance with the criteria established by the Superintendence of Electricity and Fuels (SEC). This project was particularly relevant in the context of underground mining, as it provided more accurate estimates based on a representative database of the behavior of different grounding systems located in various areas of the mine. According to current regulations, the grounding system resistance did not exceed 20 ohms, and these systems were required to undergo at least annual maintenance as established by SERNAGEOM

CAPÍTULO I
MARCO INTRODUCTORIO

1.1. Antecedentes Generales

Copiapó es la capital de la Región de Atacama en Chile, zona caracterizada por un clima desértico cálido, con precipitaciones extremadamente escasas que en ciertas circunstancias ocurren inferiores a los 20 mm anuales en promedio y una alta radiación solar durante gran parte del año. Estas condiciones generan una baja humedad del suelo, lo que se traduce en altos valores de resistividad eléctrica, especialmente en sectores con suelos áridos, arenosos o con presencia de gravas.

El suelo de Copiapó presenta una composición variable, predominando materiales de origen aluvial y coluvial, con contenidos significativos de arena y roca, y escasa presencia de arcillas o materia orgánica. Dichas características afectan directamente la conductividad eléctrica del terreno, ya que la resistividad depende, entre otros factores, de la humedad, temperatura y composición mineralógica del suelo. En consecuencia, los sistemas de puesta a tierra instalados en esta zona tienden a presentar mayores valores de resistencia eléctrica, lo que puede comprometer su desempeño ante fallas o descargas eléctricas.

El estudio busca establecer una relación entre los valores de resistividad obtenidos y los diferentes escenarios de humedad con el propósito de evaluar la influencia de estas condiciones en el diseño y desempeño de los sistemas de puesta a tierra.

De esta manera, se pretende generar información técnica confiable que sirva de referencia para fortalecer la seguridad eléctrica y optimizar la implementación de sistemas de puesta a tierra en la zona de estudio, considerando las particularidades climáticas y edáficas propias de Copiapó.

1.2. Objetivos del Proyecto

1.2.1. Objetivo General

Evaluar la influencia de la humedad relativa del ambiente y la temperatura del ambiente sobre la resistencia de puesta a tierra en una mina subterránea, para construir un modelo de predicción que permita evaluar el cumplimiento normativo de la medida de resistencia malla a tierra.

1.2.2. Objetivos Específicos

A continuación, se describen los objetivos específicos del proyecto.

- Realizar mediciones de campo de las variables, resistencia de puesta a tierra (ohm), humedad relativa del ambiente (%) y temperatura del ambiente (°c), en 32 subestaciones de una mina subterránea en la región de atacama.

- Construir un modelo de regresión lineal múltiple donde la variable de respuesta es la resistencia de la malla a tierra y la variable predictoras son la humedad relativa del ambiente y la temperatura del ambiente.

- Construir un modelo de regresión simple descartando alguna de las variables predictoras y realizar pruebas para evaluar cómo se afecta la resistencia.

- Para finalizar se seleccionará el mejor modelo de regresión para el mejor pronósticos de las resistencias de las mallas a tierra, sus valores se compararán con las exigencias de la Superintendencia de Electricidad y Combustible en conjunto con el Servicio Nacional de Geología y Minera de Chile (Sernageomin).

1.3 Planteamiento del Problema

El reglamento de seguridad minera DS N°132 del ministerio de minería en su artículo N° 424 señala que, deberán efectuarse las mediciones eléctricas de las mallas a tierra en faenas mineras al menos 1 vez al año, es muy trascendente y relevante desde el punto de la seguridad y la operación de los sistema eléctricos. En la minera subterránea es habitual trabajar con alta humedad, alta temperatura ambiente y entornos rocosos del suelo lo que dificulta el cumplimiento de la norma eléctrica nacional en cuanto a lograr bajos valores de resistencia (entiéndase valores < 20 ohm, según la SEC). La literatura técnica señala diversos estudios que en algunos casos puede existir una dependencia de la resistencia de la puesta a tierra con la variación de humedad y temperatura, lo cual y dado que la región de atacama constituye una industria importante en este estudio se plantea como problemática a resolver si efectivamente la resistencia de minas subterráneas depende de la humedad y la temperatura.

1.4. Alcance del Proyecto

En este proyecto se construye un modelo de regresión para predecir la resistencia de puesta a tierra solo aplicable a minas subterráneas de la región de atacama con distribución eléctrica de media a baja tensión para atender mayoritariamente equipos movibles

1.5. Metodología

Primeramente, se realizarán mediciones de resistencia de puesta a tierra a 32 subestaciones modulares tipo Pad moumted 500 KVA 4.16/0.4KV cuya malla a tierra se encuentra de 4 metros de largo x 4 metros de ancho con un conductor 2/0 AWG, conjuntamente se midió humedad relativa del ambiente y temperatura ambiente en las 32 estocadas.

Luego de las mediciones de campo se usó el software libre R, donde se ajustaron los modelos regresión lineal múltiple y modelo regresión lineal simple, se probaron los supuestos de normalidad para los residuos y se realizaron las pruebas ANOVA.

Una vez seleccionado el mejor modelo se realizaron pronósticos con su respectivos intervalos de confianza. Posteriormente estos resultados se compararon con las exigencias del RIC N°6 de los pliegos técnicos de la superintendencia de electricidad y combustible.

Finalmente, en la sección de conclusiones este informe se presenta los principales hallazgos del estudio.

CAPÍTULO II
ANÁLISIS NORMATIVO Y EXPERIMENTAL DE LA MEDICIÓN DE LA RESISTENCIA DE PUESTA A TIERRA

2.1 Descripción de la normativa.

La Superintendencia de Electricidad y Combustibles (SEC) es el organismo encargado de regular y fiscalizar las instalaciones eléctricas de baja tensión en Chile. Su función resulta fundamental para garantizar condiciones mínimas de seguridad tanto en la ejecución como en la operación de las instalaciones.

Antes de la implementación de la normativa, los accidentes eléctricos laborales se encontraban entre las principales causas de siniestralidad en el trabajo. Si bien la aplicación de la antigua norma permitió una reducción significativa en el porcentaje de accidentes, con el paso de los años se observó un nuevo incremento en la incidencia de eventos eléctricos, lo que motivó a la autoridad a reforzar y actualizar la normativa y denominarla a lo que hoy se conoce como: **"**DS N°8,2019, reglamento de seguridad de las instalaciones de consumo de energía eléctrica, la cual está conformada por 19 pliegos técnicos"

A pesar de los avances logrados, los accidentes que dan origen eléctrico continúan representando una de las causas más frecuentes de fatalidad laboral, manteniendo su relevancia dentro de las estadísticas de seguridad industrial del país, es precisamente por la causa de fatalidad su gran relevancia el sistema de puesta a tierra, el cual nos permite a todos como usuarios tanto domiciliarios, comerciales, sectores empresariales y productivos a tener instalaciones eléctricas con altos estándares en sistema de puesta a tierra a nivel mundial.

La normativa actual nos proporciona información exacta y en que varios casos pueden ser modificada en base a cálculos de ingeniería y presentados a la entidad (SEC) para ser validados correctamente, y que en varios contextos son respaldados por normas internacionales. Al día hoy la norma nos ejemplifica el cálculo, para que la implementación sea mucho más técnica, eficaz y rápida.

Superintendencia De Electricidad Y Combustible

RIC N°6: Puesta A Tierra Y Enlace Equipotencial.

- Fuente reglamentaria: Decreto N°8, de 2019, del ministerio de energía, reglamento de seguridad de las instalaciones de consumo de energía eléctrica.
- Dictado por: resolución exenta N°33.877, de fecha 30/12/2020, de la superintendencia de electricidad y combustible.
- Punto N°6 de la norma: tierra de servicio
- Punto N°6.1: Las puesta a tierra de servicio deben ser diseñadas de forma que aseguren el funcionamiento correcto de los equipos y las instalación. El diseño deberá garantizar que, en el caso de la circulación de corriente de falla permanente, la tensión de cualquier conductor activo con respecto a tierra no sobrepase los 250 V y el valor resultante de las puesta a tierra de servicio no deberá superar los 20 ohm.

2.2 Estudios Gubernamentales

Los estudios gubernamentales son una importante manifestación de cómo se desarrolla el país en distintas áreas que lo conforman, tenemos entidades especialmente capacitadas para desarrollar los diversos análisis que pueden presentarse.

Para este proyecto se buscó demostrar que aun en el siglo “XXI” seguimos teniendo una tasa de mortalidad alta por efectos de la electricidad directa e indirecta, y refleja una de las causas más peligrosas en el ámbito laboral, que un solo accidente con ella es proporcional a una muerte segura, es precisamente justo por ello que las entidades

gubernamentales son tan severas a la hora de fiscalizar y realizar protocolos de seguridad con la electricidad, más aún cuando se trata de minas subterráneas.

Figura 2.1: "Personas Fallecidas por Tipo de Accidente"

Fuente: Sernageomin 2024

2.3 La Importancia Del Servicio Nacional De Geología Y Minería (Sernageomin)

El Servicio Nacional de Geología y Minería (SERNAGEOMIN) es un organismo técnico dependiente del Ministerio de Minería de Chile, encargado de regular, fiscalizar y promover el desarrollo seguro y sustentable de las actividades mineras y geológicas del país. Su función es esencial dentro del ámbito de la ingeniería aplicada a la minería y geotecnia, ya que proporciona las bases normativas, técnicas y de seguridad que orientan el diseño, ejecución y control de proyectos mineros.

Entre sus principales responsabilidades se encuentran la fiscalización de las condiciones de seguridad en faenas mineras, la elaboración de estudios geológicos nacionales, la evaluación de riesgos naturales y la vigilancia volcánica. A través de su

red de monitoreo geológico y volcánico, el Sernageomin contribuye a la prevención de desastres naturales y a la protección de las comunidades cercanas a zonas de riesgo.

Asimismo, administra el Catastro Público Minero, sistema que registra y regula los derechos mineros, otorgando transparencia y respaldo jurídico a las concesiones de exploración y explotación.

En el ámbito de la ingeniería, el Sernageomin establece criterios técnicos para la estabilidad de taludes, manejo de relaves, disposición de estériles y control de drenajes ácidos, entre otros aspectos críticos para la seguridad operacional y ambiental.

Reglamento de seguridad minera, decreto supremo N°132, del ministerio de minería
Publicado en el diario oficial el 07 de diciembre del 2004

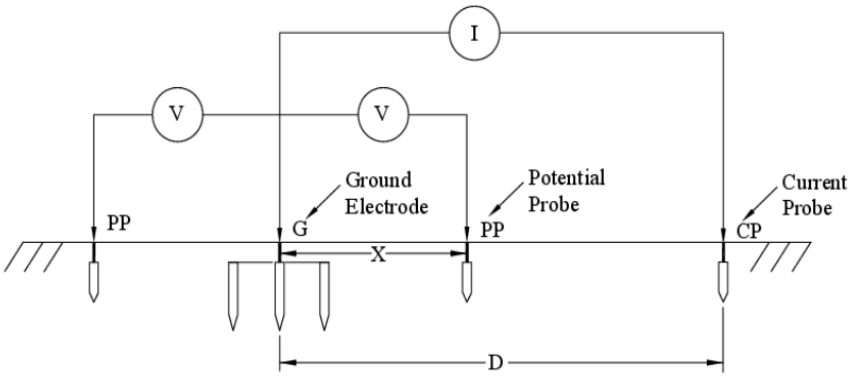
- Articula N°424: Las líneas y "mallas de tierra" deberán inspeccionarse a lo menos una (1) vez al año, revisando conductores, conexiones y efectuando las mediciones eléctricas correspondientes de cuyos resultados se deberá llevar un registro.

2.4 Método Caída de Potencial.

Para las mediciones de la resistencia de puesta a tierra en cada una de las mallas a tierra se aplicó el método de caída de potencial recomendado por las normas técnicas IEEE 81-2012 y RIC N° 6.

El método consiste en aplicar, desde un instrumento conocido como telurómetro, una tensión fija en los electrodos de potencial conectados directamente a la malla a tierra e inyectar corriente a los electrodos de corriente que van desplazándose desde la malla hacia un punto lejano de modo de ir generando diversos registros de resistencia versus distancia para construir una curva. La figura 2.1 muestra la disposición de los terminales del instrumento respecto de la malla a tierra.

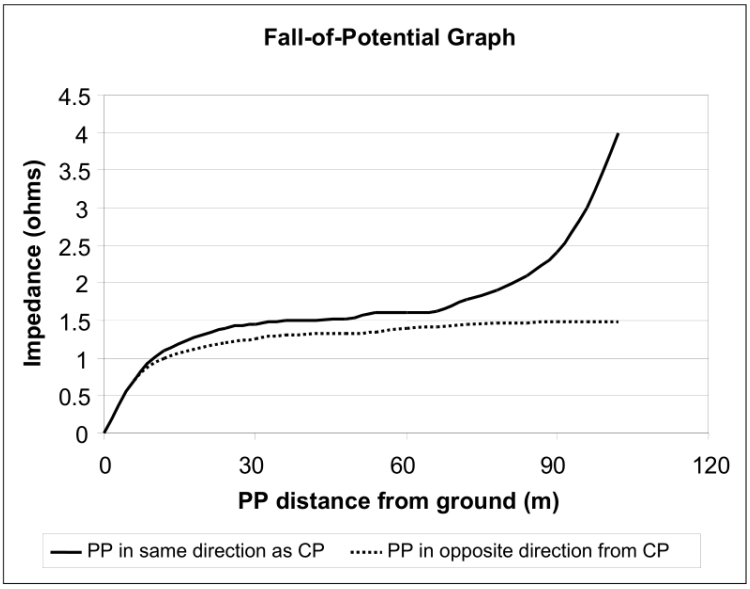
Figura 2.2: "Método de la Caída de Potencial"



Fuente: IEEE 81-2012

Los resultados de las mediciones de resistencia y de distancia va generando una curva, como la que se muestra en la tabla 2.2, donde el valor de resistencia de puesta a tierra final de la medición corresponde al valor de la zona "plana" donde se estabilizan los resultados.

Figura 2.3: "Curva de Caída de Potencial"

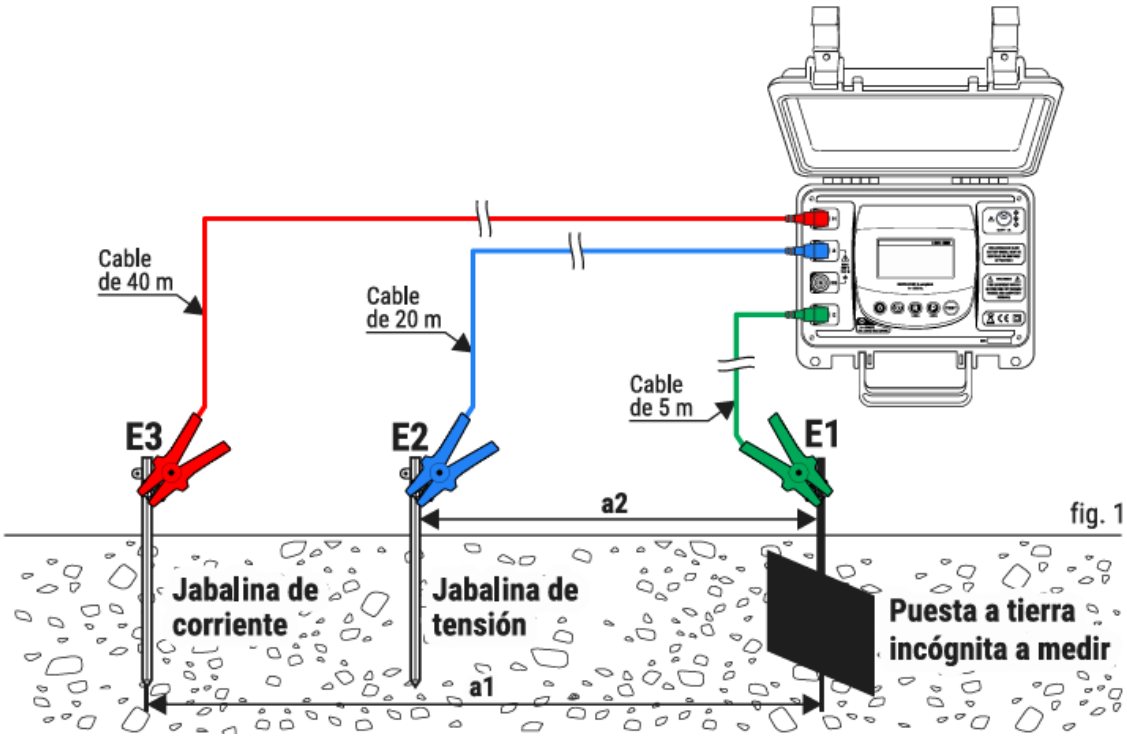


Fuente: IEEE 81-2012

2.5 Instrumento de Medición, MEGABRAS 20KWR

Para realizar la medición debemos perforar dos jabalinas auxiliares en el terreno a medir (picas), la jabalina de corriente E3 y la jabalina de tensión E2, y conectarlas a través de los cables provistos por el instrumento, a los bornes H y S respectivamente. El borne E se debe conectar a la puesta a tierra cuya resistencia se quiere medir (E1) con el cable de 5 m.

Figura 2.4: "Método de Medición con el Instrumento"



Fuente: Manual de Uso

2.5.1 Batería Interna del Instrumento

El instrumento cuenta con una batería NiMH interna la cual puede alimentarse con una batería de 12 V desde el automóvil o con su cargador conectado a la electricidad domiciliaria (220 V), con una carga inteligente. Ambos métodos son provistos por el fabricante.

Figura 2.5: “Megabras, modelo 20KwR”

Fuente: Elaboración Propia

2.5.2 Cables del Instrumento

El telurómetro cuenta con 3 carretes de cables, verde con 20 m, azul con 20 m y rojo con 40 m, adicionalmente cuenta con dos cables de 5 metros tanto negro y verde para conexión a la puesta a tierra a medir.

Figura 2.6: “ Accesorios del Instrumento”

Fuente: Elaboración Propia

2.5.3 Jabalinas

Las jabalinas estan constituidas de material mas firme revestidas en cobre para asegurar su durabilidad con el tiempo en distintos estudios, ya que el cobre es un metal blando y moldeable, y para este tipo de estudios no resultaria factible.

Figura 2.7: "Jabalinas Resbestidas en Cobre"

Fuente: Elaboración Propia

2.6. Instrumento, Termohigrómetro, modelo CA846

El termohigrómetro modelo CA846 es un instrumento portátil utilizado para medir la temperatura y la humedad relativa del ambiente, parámetros fundamentales para evaluar las condiciones atmosféricas que pueden influir en la resistividad del suelo o el comportamiento de materiales eléctricos. Este equipo cuenta con sensores de alta precisión, pantalla digital y funciones de retención de datos, lo que permite obtener mediciones confiables y rápidas en terreno.

Figura 2.8: "Termohigrómetro"

Fuente: Manual de Uso

Figura 2.9: "Ficha Técnica del Instrumento"

MODELO	CA846
MEDICIONES – Temperatura	
Rango de Medición	-4° a 140°F ó -20° a 60°C
Resolución	0,1°F ó 0,1°C
Sensor	NTC Sensor de Temperatura
Precisión (Clase)	-4° a 32°F: ±2°F ó -20° a 0°C: ±1°C 32° a 140°F: ±1°F ó 0° a 60°C: ±0,5°C
MEDICIONES – Humedad Relativa	
Rango de Medición	0% a 100% RH
Resolución	0,1% RH
Sensor	Capacitivo
Precisión (Clase)	±5,0% RH (25°C, 10% a 90% RH) ±10,0% RH (25°C, 0% to 10% RH, 90% a 100% RH)
GENERALES	
Pantalla	Pantalla LCD de 3½ digitos
Temperatura de Operación	32° a 122°F (0° a 50°C), <80% RH
Temperatura de Almacenaje	-4° a 140°F (-20° a 60°C), 0 a 80% RH sin batería
Polaridad	Automática
Alimentación	Batería Alcalinas tipo 9V
Indicación de Batería Baja	aparece cuando la tensión de la batería está baja
Dimensiones	6,81 x 2,38 x 1,5" (173 x 60,5 x 38mm)
Peso	Approx. 6,2 oz (175g) incluye batería

Fuente: Manual de Uso

2.7 Antecedentes de la Electricidad en Minas Subterránea

El sistema eléctrico de las minas subterráneas en chile de cumplir estrictos protocolos para garantizar la seguridad y su eficiente operación, incluyendo la instalación y operación de los sistemas de puesta a tierra que en distintas subestaciones que alberga la mina, ya que al momento de ocasionarse un cortocircuito o una descarga eléctrica peligrosa esta debe mantener su integridad y operación. Todos los equipos que conforman un sistema puesta a tierra debe contar con la aprobación de la Superintendencia de Electricidad y Combustible por medio de planos que acrediten su instalación bajo el juicio del personal calificado por la entidad correspondiente.

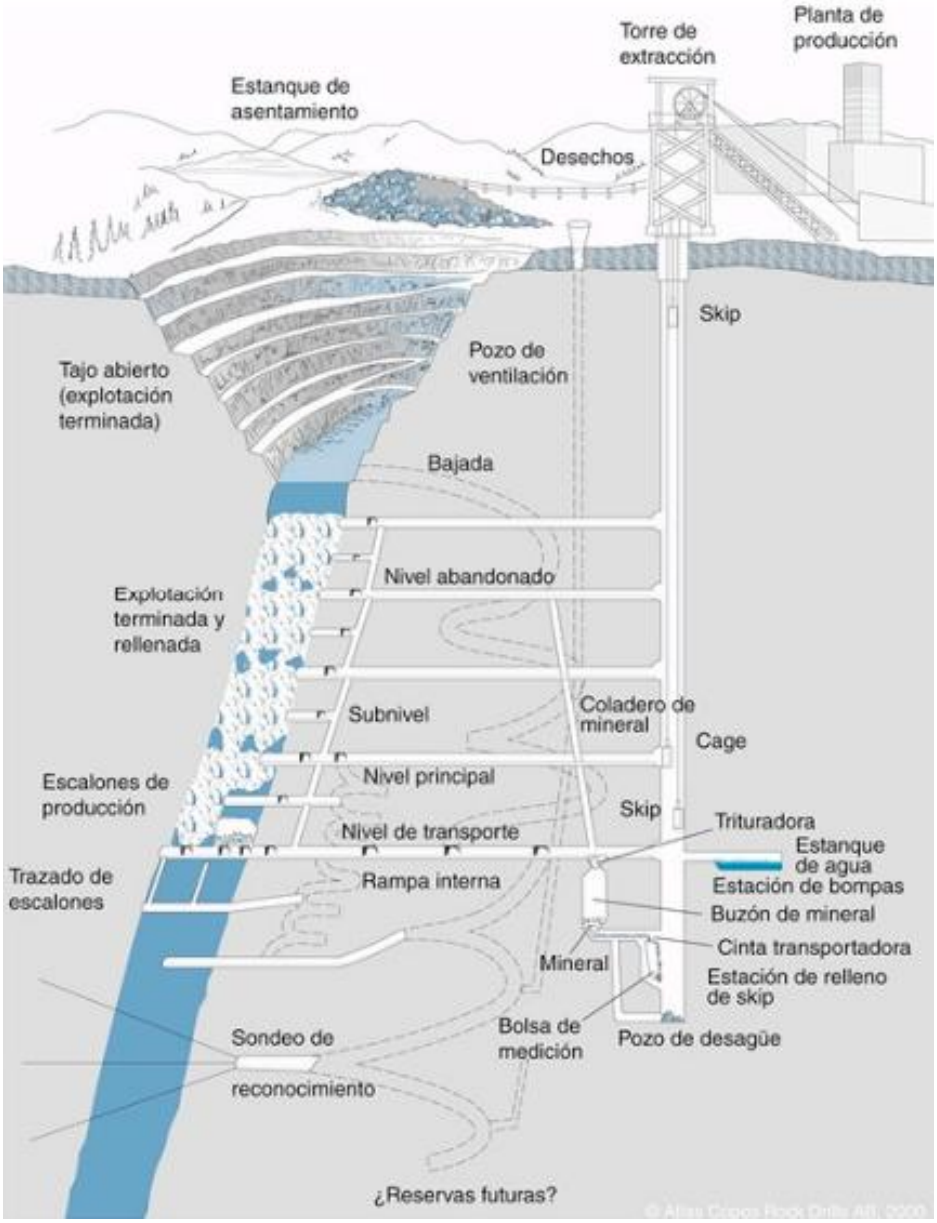
Figura 2.10: “Subestación Eléctrica Mina Subterránea”

Figura 2.11: “Estocada Interior Mina”

.

En las figuras 2.10 y 2.11 se puede apreciar la disposición de una subestación típica en un espacio al interior del avance de la galería de extracción de mineral comúnmente llamado “estocada”

Figura 2.12: "Imagen Referencial de la Mina Subterránea"



CAPITULO III
MODELOS DE REGRESION LINEAL

3.1 Modelo de Regresión Lineal Simple

Los modelos de regresión lineal se utilizan generalmente para estudiar el comportamiento de una variable de respuesta (Y) como función de variables de entrada o variables regresoras (X), ya que permiten estimar los valores para la variable de salida en función de las variables de entradas con sus respectivos ajustes paramétricos (Montgomery, Peck y Vining, 2006).

En este proyecto se utilizan los modelos de regresión lineal múltiple y los modelos de regresión lineal simple para modelar la variable de respuesta **resistencia de mallas a tierra en Ohm (Y),** como función de las variables de entrada **Humedad Relativa en % (X1)** y **Temperatura en °C (X2).**

La ecuación 3.1 muestra la representación de un modelo de regresión lineal simple, donde Y es la respuesta, X es la variable independiente, β_0 y β_1 son los parámetros del modelo o coeficientes de regresión y ε es el error del modelo.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \qquad \text{(ec-3.1)}$$

En la ecuación 3.2 se muestra el modelo ajustado de regresión lineal simple, donde $\hat{Y}$ es el valor estimado de la respuesta para la variable regresora X. Los estimadores de los parámetros β_0 y β_1 del modelo son calculados por el método de los mínimos cuadrados usando las ecuaciones 3.3 y 3.4.

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X \qquad \text{(ec-3.2)}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum(x_i - x)^2} \qquad \text{(ec-3.3)}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} + \hat{\beta}_1 \bar{x} \qquad \text{(ec-3.4)}$$

3.2 Modelo de Regresión Lineal Múltiple

Un modelo de regresión lineal múltiple permite estudiar la respuesta media de la variable de salida Y como función de un ventor de variables de entrada **Xk** y un vector de parámetros $\boldsymbol{\beta}$**k**. La ecuación 3.5 describe un modelo de regresión lineal múltiple, mientras que la ecuación 3.6 muestra el modelo ajustado de una regresión lineal múltiple. Se justifica aplicar el modelo de regresión lineal múltiple cuando la variabilidad de la variable de respuesta queda explicada por la combinación lineal de las variables de entrada **Xk con** sus respectivos parámetros $\boldsymbol{\beta}$**k** . Los estimadores de los coeficientes de este modelo se obtienen a partir de la ecuación 3.7.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + \varepsilon \text{ (ec-3.5)}$$

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X + \hat{\beta}_2 X_{\ 2} + \cdots + \hat{\beta}_k X_{\ k} \text{ (ec-3.6)}$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \ (ec - 3.7)$$

En los modelos de regresión lineal múltiple se debe evaluar la presencia de la multicolinealidad, que provoca problemas en la determinación de los estimadores de los coeficientes del modelo. Para detectar la presencia de multicolinealidad es usual utilizar el análisis de la matriz de correlación.

3.3 Indicadores de Ajuste de Calidad del Modelo

3.3.1 Coeficiente de determinación R^2

El coeficiente de determinación R^2 es un indicador de ajuste que cuantifica la variación de la variable de respuesta Y que es capaz de ser explicada por el modelo de regresión. El coeficiente de determinación R^2 se puede calcular usando la ecuación 3.8, donde SSR representa la variabilidad del modelo de regresión y SST corresponde a la variabilidad de la variable de respuesta Y sin considerar el efecto de la variable independiente X.

$$R^2 = \frac{\mathrm{SS}_R}{\mathrm{SS}_T} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2}\ , 0 \leq\ R^2 \leq 1 \text{ (ec-3.8)}$$

Mientras el valor del coeficiente R^2 se acerca a 1, modelo es bueno y es capaz de explicar adecuadamente la variación de la variable de respuesta Y, en función de sus regresoras y sus parámetros.

3.3.2 Criterio de información de Akaike (AIC)

El criterio de información de Akaike (AIC) permite seleccionar un modelo basándose en la teoría de información y en las propiedades del método de máxima verosimilitud. Cuando se comparan dos o más modelos estadísticos, se selecciona aquel que presenta el menor valor del indicador AIC. La ecuación 3.9 muestra cómo se calcula el indicador AIC, donde k es el número de parámetros del vector de parámetros q del modelo y ML es la función de máxima verosimilitud.

$$\text{AIC } (q) = -2\log(\text{ML}) + 2k \qquad \text{(ec–3.9)}$$

3.3.3 Criterio de información de Bayesiano (BIC)

El criterio de información de Bayesiano (BIC) permite seleccionar un modelo basándose en la teoría de información y en las propiedades del método de máxima verosimilitud. Cuando se comparan dos o más modelos estadísticos, se selecciona aquel que presenta el menor valor del indicador BIC. La ecuación 3.10 muestra cómo se calcula el indicador BIC, donde k es el número de parámetros del vector de parámetros q del modelo, ML es la función de máxima verosimilitud y n es el tamaño de la muestra.

$$BIC\ (q) = -2\log\ (ML) + k\log(n) \qquad (ec–3.10)$$

CAPITULO IV
MODELADO DE LA RESISTENCIA DE LAS MALLAS A TIERRA

4.1 Modelo 1: Análisis del modelo de regresión lineal múltiple

El primer modelo que se desarrolló en este trabajo corresponde a un modelo de regresión lineal múltiple, donde las variables predictoras son Humedad Relativa en % (X1) y Temperatura en °C (X2) y la variable de respuesta es la resistencia de mallas a tierra en Ohm (Y).

La base de datos a modelar se presenta en la tabla 4.1, donde se utilizaron las abreviaturas **R** para describir la variable de respuesta Y correspondiente a la resistencia de mallas a tierra (valores en Ohm), **HR** para la variable predictora X1 correspondiente a la Humedad Relativa en porcentaje % y **T** para la variable predictora X2 correspondiente a la Temperatura en grados Celsius °C. Se registraron 32 observaciones por cada variable.

Tabla 4.1: "Base de Datos con las Mediciones de Campo"

R (Ω)	HR (%)	T (°C)
Resistencia de mallas a tierra	**Humedad Relativa**	**Temperatura**
15,7	60,7	23,4
8,8	64,4	26,7
10,4	62,9	22,2
7,8	67,6	20,5
10,1	63,2	24,8
12,4	70,1	25,8
9,3	70,3	23,1
4,1	65,7	22,5
5,1	68,1	24,2
14,2	61,7	23,4
4,9	68,3	23,8
7,8	70,5	26,2
6,2	70,7	22,9
17,5	64,2	24,1
4,9	71,7	25,4
8,1	72,3	26,5
18,2	55,2	26,7
5,5	70,4	23,7
22,3	53,8	23,8

8,8	70,1	23,2
13,1	66,8	24,1
4,1	71,4	27,1
15,4	60,2	22,6
16,7	62,3	25,1
14,2	59,1	24,4
9,3	65,8	24,1
20,2	60,4	24,7
7,2	70,5	23,3
4,2	70,5	26,2
14,8	61,3	23,1
9,2	63,9	22,8
2,1	72,1	25,2

Fuente: elaboración propia

Utilizando el software libre R se calcularon las principales estadísticas básicas para cada una de las variables. Los resultados se muestran en la tabla 4.2.

Tabla 4.2: "Estadísticas Básicas para las Mediciones de Campo"

	R	**HR**	**T**
Mínimo	2,100 Ω	53,80 %	20,50 °C
Primer Cuartil Q1	6,025 Ω	62,15 %	23,18 °C
Mediana Q2	9,250 Ω	66,30 %	24,10 °C
Media	10,394 Ω	65,82 %	24,24 °C
Tercer Cuartil Q3	14,350 Ω	70,42 %	25,25 °C
Máximo	22,300 Ω	72,30 %	27,10 °C
Coeficiente Variación	50,57 %	7,68 %	6,35 %

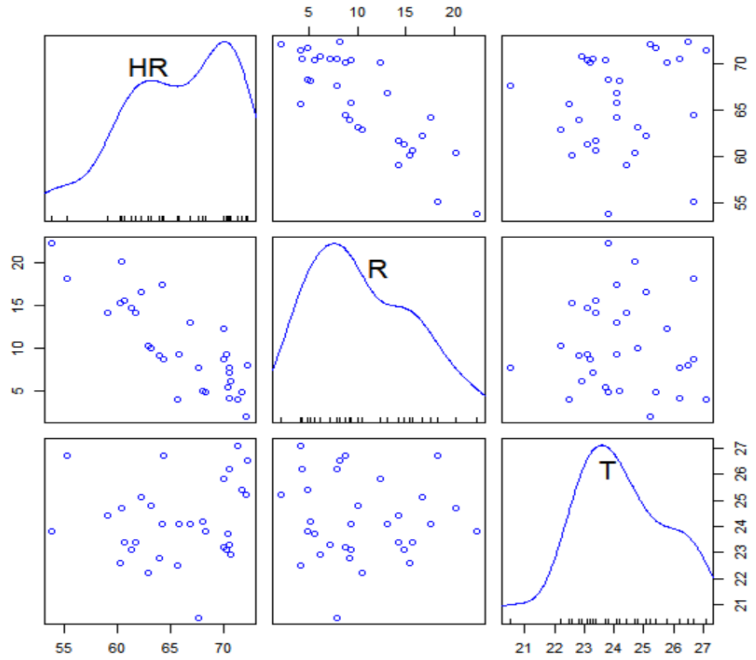
Fuente: elaboración propia

Se observa una gran dispersión en los datos de resistencia, mientras que la variabilidad en las variables regresoras se encuentra más concentrada en torno a sus valores medios.

4.1.1 Análisis de correlación

La figura 4.1 y la tabla 4.3 muestra los resultados del análisis de correlación para las variables de entrada (HR y T) y la variable de salida (R) del modelo de regresión.

Figura 4.1: "Gráficos de Dispersión para las Mediciones de Campo"



La tabla 4.3 muestra los respectivos coeficientes de Pearson y Spearman (en paréntesis) para el análisis de correlación para cada par de variables del modelo.

Tabla 4.3: "Matriz de Correlación para las variables R, HR, T"

	HR	**R**	**T**
HR	1,00000 (1,00000)	-0,83420 (-0,81964)	0,15087 (0,24041)
R	-0,83420 (-0,81964)	1,00000 (1,00000)	-0,05636 (-0,07662)
T	0,15087 (0,24041)	-0,05636 (-0,07662)	1,00000 (1,00000)

Fuente: elaboración propia

Se observa una correlación fuerte indirecta (mayor que |0,5|) entre las variables R y HR, por otro lado, se aprecia que la relación entre R y T es muy débil (menor que |0,25|), al igual que la relación entre HR y T.

4.1.2 Análisis de Varianza (ANOVA) para el Modelo 1

La figura 4.2 muestra los resultados del análisis de varianza ANOVA realizados en paquete Rcmdr del software libre R, para obtener parámetros y métricas de calidad para el modelo de regresión lineal múltiple de la forma: $R = \beta_0 + \beta_1 \square HR + \beta_2 \square T$.

Figura 4.2: "Resultados Análisis de Varianza Modelo 1"

```
Call:
lm(formula = R ~ HR + T, data = Dataset)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-5.9763 -2.2317  0.1352  1.6990  5.7183

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value      Pr(>|t|)
(Intercept)  62.3018    10.1917   6.113 0.00000116869 ***
HR           -0.8780     0.1068  -8.224 0.00000000457 ***
T             0.2427     0.3507   0.692         0.494
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.972 on 29 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7008,Adjusted R-squared:  0.6802
F-statistic: 33.97 on 2 and 29 DF,  p-value: 0.00000002516
```

De la figura 4.2 se observa lo siguiente:

a) El modelo de regresión lineal múltiple quedaría representado por la siguiente ecuación: $R = 62.3018 - 0.8780 \square HR + 0.2427 \square T$

b) El valor-p del parámetro β_2 que acompaña a la variable regresora temperatura T es mayor que 5% (0.494), lo que implica que se acepta la hipótesis que β_2 sea cero, por lo cual, se podría descartar del modelo la variable regresora temperatura.

c) El valor de la métrica de calidad de ajuste R^2 es bastante aceptable, y significa que el 68,02% de la variación del valor de las resistencias de las mallas a tierra puede explicarse por la variación de la Humedad Relativa y la Temperatura ambiente.

4.1.3 Pruebas de normalidad y media cero para residuos modelo 1

Los datos "residuos modelo1" corresponden al vector estandarizado de los residuos. Utilizando el paquete Rcmdr del software libre R, se realizaron las pruebas para normalidad, media cero y varianza constante.

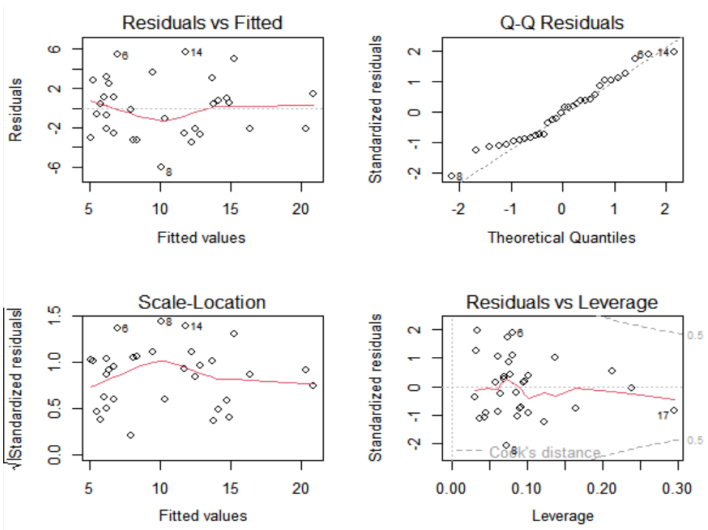
residuos modelo1 =(0.34864326, -1.24641130, -0.72221636, -0.04648269, -0.93853784, 1.98292003, 1.09827222, -2.22643846, -1.13121709, 0.13399884, -1.10815919, 0.36363996, 0.14488990, 2.06551134, -0.21180566, 1.03321552, -0.84300541, -0.25366525, 0.54709644, 0.84157395, 1.24367165, -0.76329480, 0.16374178, 1.04617521, -0.74687800, -0.36260733, 1.79178432, 0.39485864, -0.90574269, 0.24517048, -0.87486627, -1.06327504)

Los valores estadísticos básicos para el vector de datos "residuos modelo1" son los siguientes: Media= 0.00001751, Desviación Estandar= 1.033282, Máximo= 2.06551134 y Mínimo= -2.22643846, comprobándose que el promedio es cero.

Los resultados de la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov son los siguientes:
Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test
data: rstudent.RegModel.1
D = 0.13271, p-value = 0.1617

Como el p-valor es mayor que 5% (p-value = 0.1617) se puede concluir que la prueba de normalidad para los residuos se acepta.

Figura 4.3: "Gráficas de Diagnóstico del Modelo 1"



De la figura 4.3 se puede apreciar que se cumple el supuesto de varianza constante como queda gráficamente plasmado en el panel superior izquierdo, además, el gráfico de Q-Q plot del panel superior derecho muestra la tendencia de normalidad para los residuos.

4.1.4 Métricas de Calidad de Ajuste del Modelo 1

La tabla 4.4 muestra los resultados de las métricas de calidad de ajuste del modelo de regresión lineal múltiple donde los criterios información de Akaike y Bayesiano mientras menor sean en magnitud indican un mejor ajuste, R^2 mientras más cercanos a 100% mejor calidad representa y el Error Residual mientras sea menor en magnitud es un indicativo de menor variabilidad.

Tabla 4.4: "Métricas de Calidad de Ajuste del Modelo 1"

Métrica	**Valor**
AIC: Criterio de Información de Akaike	165,3755
BIC: Criterio de Información Bayesiano	171,2384
R^2: Bondad de Ajuste	68,02%
EE: Error residual del modelo	2,972

Fuente: elaboración propia

4.2 Modelo 2: Análisis del modelo de regresión lineal simple

El segundo modelo que se desarrolló en este trabajo corresponde a un modelo de regresión lineal simple, donde la variable predictora es la Humedad Relativa en % (X1) y la variable de respuesta es la resistencia de mallas a tierra en Ohm (Y), en este modelo se descarta la variable regresora Temperatura °C (X2), considerando lo señalado en el análisis ANOVA de la sección 4.1.2 de este informe.

4.2.1 Análisis de Varianza (ANOVA) para el Modelo 2

La figura 4.4 muestra los resultados del análisis de varianza ANOVA realizados en paquete Rcmdr del software libre R, para obtener parámetros y métricas de calidad para el modelo de regresión lineal simple de la forma: $R = \beta_0 + \beta_1 \square HR$.

Figura 4.4: "Resultados Análisis de Varianza Modelo 2"

```
Call:
lm(formula = R ~ HR, data = Dataset)

Residuals:
   Min      1Q   Median    3Q     Max
-6.3967 -2.2328 -0.1789  1.6450  5.7176

Coefficients:
             Estimate  Std. Error  t value  Pr(>|t|)
(Intercept)  67.4503     6.9060    9.767    7.90e-11 ***
HR           -0.8669     0.1046   -8.285    3.01e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.946 on 30 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6959, Adjusted R-squared:  0.6858
F-statistic: 68.65 on 1 and 30 DF,  p-value: 0.000000003007
```

De la figura 4.4 se observa lo siguiente:

a) El modelo de regresión lineal múltiple quedaría representado por la siguiente ecuación: R = 67.4503 – 0.8669□HR

b) El valor-p del parámetro β_1 que acompaña a la variable regresora humedad relativa HR es menor que 5%, lo que implica que se rechaza la hipótesis que β_1 sea cero, por lo cual, es necesario mantener en el modelo de regresión lineal simple a la variable HR.

c) El valor de la métrica de calidad de ajuste R^2 es levemente mayor que el mismo indicador del modelo de regresión lineal múltiple, y significa que el 69,59% de la variación del valor de las resistencias de las mallas a tierra puede explicarse por la variación de la Humedad Relativa.

4.2.2 Pruebas de normalidad y media cero para residuos modelo 2

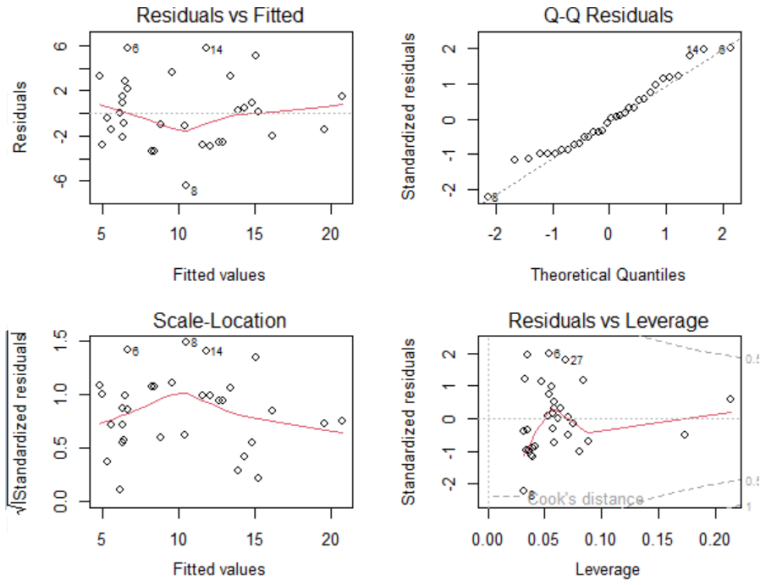
Los datos "residuos modelo2" corresponden al vector estandarizado de los residuos. Utilizando el paquete Rcmdr del software libre R, se realizaron las pruebas para normalidad, media cero y varianza constante.

Los valores estadísticos básicos para el vector de datos "residuos modelo2" son los siguientes: Media= 0.006874, Desviación Estándar= 1.03969, Máximo= 2.106952 y Mínimo= -2.369526, comprobándose que el promedio es cero.

Los resultados de la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov son los siguientes:
Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test
data: rstudent.LinearModel.2
D = 0.098742, p-value = 0.5934

Como el p-valor es mayor que 5% (p-value = 0.5934) se puede concluir que la prueba de normalidad para los residuos se acepta.

Figura 4.5: "Gráficas de Diagnóstico del Modelo 2"



De la figura 4.5 se puede apreciar que se cumple el supuesto de varianza constante como queda gráficamente plasmado en el panel superior izquierdo, además, el gráfico de Q-Q plot del panel superior derecho muestra la tendencia de normalidad para los residuos.

4.2.3 Métricas de Calidad de Ajuste del Modelo 2

La tabla 4.5 muestra los resultados de las métricas de calidad de ajuste del modelo de regresión lineal simple, donde los criterios información de Akaike y Bayesiano mientras menor sean en magnitud indican un mejor ajuste, R^2 mientras más cercanos a 100% mejor calidad representa y el Error Residual mientras sea menor en magnitud es un indicativo de menor variabilidad.

Tabla 4.5: "Métricas de Calidad de Ajuste del Modelo 2"

Métrica	**Valor**
AIC: Criterio de Información de Akaike	163,8997
BIC: Criterio de Información Bayesiano	168,297
R^2: Bondad de Ajuste	69,59%
EE: Error residual del modelo	2,946

Fuente: Elaboración propia

4.3 Selección del mejor Modelo

La tabla 4.6 muestra los indicadores de calidad de ajuste de los modelos estudiados. Al comparar los resultados, se observa que el Modelo 2 correspondiente al modelo de regresión lineal simple presenta mejores indicadores de calidad de ajuste en todas las métricas evaluadas, por lo tanto, se selecciona como mejor alternativa el modelo de regresión lineal simple.

Tabla 4.6: "Métricas de Calidad de Ajuste para los Modelos 1 y 2"

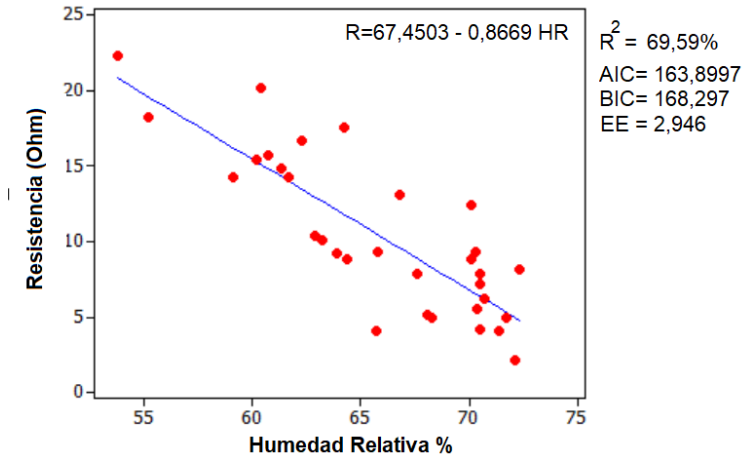
Métrica	**Modelo 1** Reg. Lineal Múltiple	**Modelo 2** Reg. Lineal Simple
AIC: Criterio de Información de Akaike	165,3755	163,8997
BIC: Criterio de Información Bayesiano	171,2384	168,297
R^2: Bondad de Ajuste	68,02%	69,59%
EE: Error residual del modelo	2,972	2,946

Fuente: elaboración propia

4.4 Predicciones con el Modelo Seleccionado

La figura 4.5 muestra el comportamiento gráfico de la relación entre humedad relativa en % y la resistencia de puesta a tierra en Ohm, usando el modelo de regresión lineal simple. Es interesante determinar para que valores de humedad relativa se logran resistencias menores a 20 Ohm, que es una de las exigencias de la norma técnica.

Figura 4.5: "Modelo de Regresión Lineal Simple Línea Ajustada"



La tabla muestra los valores para la resistencia de puesta a tierra para diferentes valores de humedad relativa, se destaca con color rojo aquellos valores que superan los 20 Ohm.

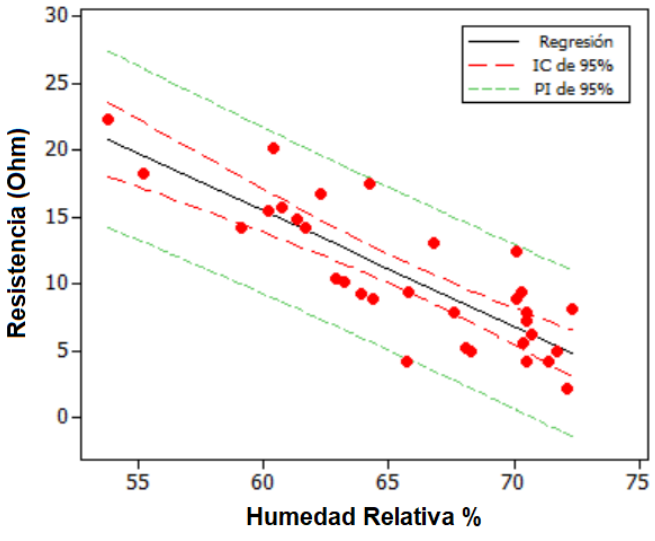
Tabla 4.1: "Base de Datos con las Mediciones de Campo"

R (Ω)	HR (%)
Resistencia de mallas a tierra	**Humedad Relativa**
6,77	70,0
8,07	68,5
9,37	67,0
10,67	65,5
11,97	64,0
13,27	62,5
14,57	61,0
15,87	59,5
17,17	58,0
18,47	56,5
19,77	55,0
20,00	**54,7**
21,07	**53,5**
22,37	**52,0**
23,67	**50,5**
24,97	**49,0**

Fuente: elaboración propia

La figura 4.6 muestra los intervalos de confianza al 95%y los intervalos de predicción para el modelo de regresión lineal simple.

Figura 4.6: "Intervalos de confianza y de predicción para el modelo de regresión lineal simple"



CAPÍTULO V
CONCLUSIONES

Se realizaron las mediciones resistencia de puesta a tierra usando el método de la caída de potencial en 32 mallas a tierra conectadas a subestaciones interior mina de 4160V a 400V en 500KVA. Para cada medida de resistencia se registró adicionalmente la temperatura ambiente en grados Celsius y la Humedad Relativa en porcentaje.

Se observaron 26 mediciones de las 32 con valores de resistencia de puesta a tierra mayor que 5 Ohm y 2 de las 26 mediciones mayores a 20 Ohm.

El modelo de regresión lineal múltiple con variables regresoras Humedad Relativa y Temperatura propone descartar la variable Temperatura ya que su influencia en el modelo es poco significativa. Este hecho da origen a proponer un modelo de regresión lineal simple, con variable de respuesta Y la resistencia de puesta a tierra y variable regresora X la humedad relativa, como un modelo adecuado para pronosticar valores de resistencia en la mina subterránea.

El modelo de regresión lineal simple quedó descrito por la ecuación:
R = 67.4503 – 0.8669□HR, donde R es la resistencia de puesta a tierra y variable regresora HR es la humedad relativa en porcentaje. Los indicadores de calidad de ajuste de este modelo son mejores que los indicadores de calidad de ajuste para el modelo de regresión lineal múltiple (ver tabla 4.6).

Usando el modelo de regresión lineal simple se pudo concluir que cuando la humedad relativa es menor que 54,7 %, entonces la resistencia de puesta a tierra de las mallas a tierra en interior mina dejan de cumplir con el valor exigido por la norma técnica RIC n°6, ya que el valor de resistencia para esa condición supera los 20 Ohm.

TERMINOLOGIA

Cortocircuito: Es una falla eléctrica que ocurre cuando dos conductores de diferentes potenciales (por ejemplo, fase y neutro) entran en contacto directo o a través de un material conductor, generando una corriente excesiva debido a la baja impedancia del trayecto de corriente.

Corriente de Cortocircuito: Es la corriente que circula a través de un sistema eléctrico durante un cortocircuito. Esta corriente es mucho mayor que la corriente normal de operación, lo que puede causar daños a los equipos eléctricos si no se interrumpe a tiempo.

Sobrecarga: se produce cuando el nivel de corriente eléctrica excede el valor máximo recomendado para los equipos eléctricos, como transformadores, cables, interruptores y otros dispositivos de protección, pero sin llegar a ser tan alto como para causar un cortocircuito. A diferencia de un cortocircuito, la sobrecarga no suele ser una condición instantánea ni destructiva de inmediato, pero puede resultar en un deterioro progresivo de los componentes afectados si no se controla.

Subestación Eléctrica (S/E): Es una instalación que forma parte del sistema de distribución de energía eléctrica. Su función principal es transformar los niveles de voltaje de la energía eléctrica para facilitar su transmisión y distribución.

Mufa: Proceso para unir dos cables, ya sea en media o baja tensión, utilizando modelo de terminación o unión, según sea el caso necesario.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Akaike, H. (1974). A new look at the statistical mode identification. IEEE Transactions on Automatic Control, 19(6), 716-723.

[2] Montgomery, D.; Peck E. y Vining, G. (2006). Introducción al análisis de regresión lineal. México: Limusa Wiley.

[3] R Development Core Team (2011). R: A Language and Environment for Statistical Computing. Viena, Austria: The R Foundation for Statistical Computing. Recuperado de: http://www.R-project.org/

[4] "IEEE Guide for Safety in AC Subestations Grounding", IEEE Standard 80-2000, New York, USA, 2000, ISBN 0-7381-1927-X.

[5] Kindermann G., Campagnolo J.M., "Aterramentoelétrico", 4ª edición, Sagra-DC-Luzzatto, Porto Alegre, Brasil, 1998.

[6] IEEE Std 80-2000. (2000). *IEEE Guide for Safety Im Ac Subtation Grounding.* USA.

[7] MEGABRAS INDÚSTRIA ELETRÔNICA LTDA. (2023). *MTD20KWR.* Brasil.

[8] Superintendencia de Electricidad y Combustible. (2019). *Ric Nº 6: Puesta Tierra y Enlance Equipotencial.* Santiago: Decreto Nº8, Ministerio de Energia.